



MINISTÈRE  
DE L'ÉDUCATION, DU TRAVAIL  
ET DE LA MODERNISATION  
DE L'ADMINISTRATION,  
*en charge du numérique*

DIRECTION GÉNÉRALE  
DES RESSOURCES HUMAINES

CONCOURS EXTERNE POUR LE RECRUTEMENT  
D'ATTACHÉS D'ADMINISTRATION  
DE LA FONCTION PUBLIQUE  
DE LA POLYNÉSIE FRANÇAISE

*Domaine : « Statistiques »*

**Deuxième épreuve d'admissibilité, seconde partie :**

Composition de mathématiques et statistiques

**Jeudi 6 janvier 2022**

**(Durée : 4 heures, coefficient 2)**

*Calculatrice scientifique non programmable (type collègue) autorisée*

Le sujet comporte 10 pages (page de garde incluse)

Aucun autre document n'est autorisé

**Important :**

- Tout document personnel ou appareil électronique non autorisé est interdit ;
- Votre identité ne doit figurer que dans la partie supérieure de la copie d'examen. Toute mention d'identité, signature, initiale, paraphe sur toute autre partie de votre copie entraînera son annulation ;
- Pour rédiger, seul l'usage d'un stylo noir ou bleu (à bille non effaçable, feutre, plume) est autorisé. L'utilisation d'une autre couleur pour écrire ou souligner, sera considérée comme un signe distinctif, de même que l'utilisation d'un surligneur, entraînant l'annulation de votre copie ;
- Les feuilles de brouillon ne sont pas prises en compte ;
- Tout candidat doit remettre une copie, même blanche. Dans cette hypothèse, il signe sa copie en indiquant « copie blanche »
- Si vous composez sur plusieurs pages, bien vouloir mentionner l'ordre de lecture de celles-ci. Par exemple : 1 / 4, 2 / 4, 3 / 4 et 4 / 4, etc.

## **EXERCICE 1**

Pour une étude sur le retard cognitif de certains enfants en difficulté dans une classe de CM2 de Papeete, il est réalisé un test de profil cognitif sur 15 élèves.

Ce test permet de sonder le niveau de différentes composantes de l'intelligence cognitive appelés indices (Compréhension Verbale, Visuo-Spatiale, Raisonnement Fluide, Mémoire de Travail, Vitesse de Traitement...).

Dans la pratique il s'agit de 5 situations tests repérées par les codes suivants :

CUB : Cubes de Kohs

PUZ : Assemblage d'objets (puzzles)

CAL : Calcul mental

MEM : Mémoire immédiate des chiffres

COM : Compréhension de phrases

VOC : Vocabulaire

pour lesquelles il est possible d'obtenir un score de 0 à 5.

Voici les résultats :

WISC	CUB	PUZ	CAL	MEM	COM	VOC
I1	5	5	4	0	1	1
I2	4	3	3	2	2	1
I3	2	1	2	3	2	2
I4	5	3	5	3	4	3
I5	4	4	3	2	3	2
I6	2	0	1	3	1	1
I7	3	3	4	2	4	4
I8	1	2	1	4	3	3
I9	0	1	0	3	1	0
I10	2	0	1	3	1	0
I11	1	2	1	1	0	1
I12	4	2	4	2	1	2
I13	3	2	3	3	2	3
I14	1	0	0	3	2	2
I15	2	1	1	2	3	2

Ces données sont traitées par une analyse en composantes principales normée.

Une partie des issues de l'ACP sont reportés en ANNEXE 1, page 6 à 8.

### **1) Tableau des valeurs propres**

- Interpréter la valeur de la somme des valeurs propres.
- Pour l'étude, seules les deux premières composantes principales sont retenues.

Justifier ce choix.

### **2) Tableau des corrélations**

- Indiquer les subtests les plus fortement corrélés entre eux.
- Etudier et interpréter les signes "+" et les signes "-" du tableau des corrélations.

### **3) Représentation dans le premier plan principal**

Indiquer l'individu le moins bien représenté par le 1er plan principal.

Indiquer l'individu le mieux représenté.

### **4) Nuage des individus**

- Indiquer les individus dont la contribution à la formation de la 1ère composante principale est supérieure à la moyenne.  
Pour chacun d'eux, préciser le signe de la coordonnée correspondante.
- Même question pour la 2ème composante principale.

### 5) Nuage des variables

- Les variables sont toutes très bien représentées dans le plan (CP1, CP2). Justifier cette affirmation.
- Indiquer les variables qui sont corrélées positivement avec le 1er facteur principal. Indiquer celles qui sont corrélées négativement. Caractériser cet axe par rapport aux variables de départ.
- Indiquer les variables avec un rôle dominant dans la formation du 2<sup>ème</sup> axe.

### 6) Le graphique B est formé à partir des scores centrés-réduits des individus

- Indiquer la méthode qui aboutit à ce type de graphiques.
- Justifier le choix de réaliser une partition des sujets soit en deux classes, soit en quatre classes.
- Quatre classes sont retenues. Décrire en extension chacune des classes de la partition.
- Décrire les positions des 4 classes précédentes sur le graphique de l'ACP.
- La définition d'une hiérarchie de classes, avec l'indice d'agrégation correspondant, permet de définir sur les individus une distance dite ultra métrique. Evaluer à partir du graphique la distance ultra métrique séparant le sujet I15 et le sujet I6.

## EXERCICE 2

Une enquête concernant les loyers annuels en euros des appartements dans un quartier de la ville de Papeete donne les résultats suivants :

Montant du loyer (x 1000)	Effectifs
[4; 6[	20
[6; 8[	40
[8; 10[	80
[10; 15[	30
[15; 20[	20
[20; 30[	10

- Effectuer, en montrant les formules, le tableau statistique (valeurs centrales, effectifs cumulés, fréquences et fréquences cumulées, densités).
- Déterminer et commenter les valeurs de tendance centrale de la distribution (moyenne, mode, quartiles).
- Mesurer et commenter la dispersion de la distribution (l'étendue, l'écart type, intervalle interquartile).
- Tracer et commenter l'histogramme et la boîte à moustaches de cette distribution.

## EXERCICE 3

Une expérience a été réalisée sur 250 personnes pour étudier la relation qui existe entre l'âge X et le temps de sommeil Y. Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau suivant :

Y \ X	[5,7[	[7,9[	[9,11[	[11,15[
[1,3[	0	0	2	36
[3,11[	0	3	12	26
[11,19[	2	8	35	16
[19,31[	0	26	22	3
[31,59[	22	15	6	0

- 1) Calculer les moyennes marginales et les écarts types marginaux de X et Y.
- 2) Déterminer la covariance et le coefficient de corrélation linéaire.
- 3) Déterminer la droite de régression de Y en fonction de X.
- 4) Estimer le temps de sommeil d'une personne de 66 ans.

#### EXERCICE 4

Le tableau ci-dessous donne la répartition de 200 naissances en fonction de la parité de la mère et du poids du nouveau-né (Primipare : 1<sup>er</sup> accouchement, multipare : 2 ou plus accouchements)

X \ Y	Primipare	Multipare
Poids < 3 kg	26	20
[3,4[ Kg	61	63
> 4 kg	8	22

Etudier s'il existe une relation statistique entre les deux caractères, parité de la mère et poids du nouveau-né (table de  $\chi^2$  en ANNEXE 2, pages 9 et 10).

#### EXERCICE 5

On désire comparer, dans 3 groupes de malades A, B et C, la distribution de l'évolution d'une maladie divisée en 3 catégories : guérison, rechute, décès. Les échantillons ont pour taille respective 36, 33 et 34 individus. Le tableau ci-dessous donne les effectifs observés dans chacune des catégories pour chaque échantillon.

Y a-t-il une différence dans l'évolution de la maladie entre les 3 groupes ?

Evolution de la maladie	Groupes			Total	
	A	B	C	N	
<b>Guérison</b>	12	16	21	49	47,6
<b>Rechute</b>	9	10	10	29	28,2
<b>Décès</b>	15	7	3	25	24,3
<b>Total</b>	36	33	34	103	100,0

#### EXERCICE 6

A l'issue de plusieurs études de corrélation, on a obtenu les résultats suivants :

- A)  $r = 0,93$  ;  $p = 0,08$  ;
- B)  $r = 0,62$  ;  $p < 0,01$  ;
- C)  $r = 0,12$  ;  $p = 0,56$  ;
- D)  $r = -0,6$  ;  $p < 0,05$  ;
- E)  $r = -0,91$  ;  $p < 0,05$  ;

Indiquer quels résultats correspondent :

- 1) à une corrélation très significative ;
- 2) à une forte corrélation ;
- 3) à l'absence de conclusion sur l'existence d'une corrélation.

### **EXERCICE 7**

Deux études ont été mises en place pour comparer le taux de glycémie moyen entre des sujets traités :

- Soit par le produit de référence R ou par un produit A pour la première étude ;
- Soit par le produit de référence R ou par un produit B pour la seconde.

Chaque étude, R *versus* A et R *versus* B, comprend 100 sujets dans chaque groupe.

- 1) La première étude a montré un taux plus élevé de glycémie dans le groupe A que dans le groupe R et le test Z montre une valeur de 1,8.
- 2) La seconde étude a montré un taux plus élevé de glycémie dans le groupe B que dans le groupe R et le test Z donne une valeur de 2,4.

Conclure sur chacune des deux études.

### **EXERCICE 8**

Nous considérons 10 joueurs et :

- Y la variable qui représente le nombre de jeux auquel un joueur joue.
- X la variable qui représente le gain ou perte (+1 s'il gagne 100 FCFP et -1 s'il perd 100 FCFP et 0 sinon).

Nous avons le tableau de contingence suivant :

X \ Y	1	2	3	4	$n_{i\cdot}$
-1	0	1	2	2	
0	1	1	0	1	
1	0	1	1	0	
$n_{\cdot j}$					

- 1) Compléter le tableau ci-dessus.
- 2) Calculer  $\text{cov}(X, Y)$ .

## ANNEXE 1

**Tableau A : Corrélations**

	CUB	PUZ	CAL	MEM	COM	VOC
CUB	1,0000	0,7320	0,9207	-0,4491	0,3086	0,2735
PUZ	0,7320	1,0000	0,7510	-0,6143	0,2814	0,2850
CAL	0,9207	0,7510	1,0000	-0,3685	0,4077	0,4869
MEM	-0,4491	-0,6143	-0,3685	1,0000	0,3032	0,2023
COM	0,3086	0,2814	0,4077	0,3032	1,0000	0,7819
VOC	0,2735	0,2850	0,4869	0,2023	0,7819	1,0000

**Tableau 2 : Valeurs propres (matrice des corrélations) et statistiques associées.  
Variables actives seules**

	Val. propr	% Total variance	Cumul Val. propr	Cumul %
1	3,2581	54,3020	3,2581	54,3020
2	1,8372	30,6194	5,0953	84,9214
3	0,4430	7,3831	5,5383	92,3044
4	0,2538	4,2292	5,7920	96,5337
5	0,1679	2,7990	5,9600	99,3327
6	0,0400	0,6673	6,0000	100,0000

**Tableau 3 : Scores, contributions et qualités de représentation des individus**

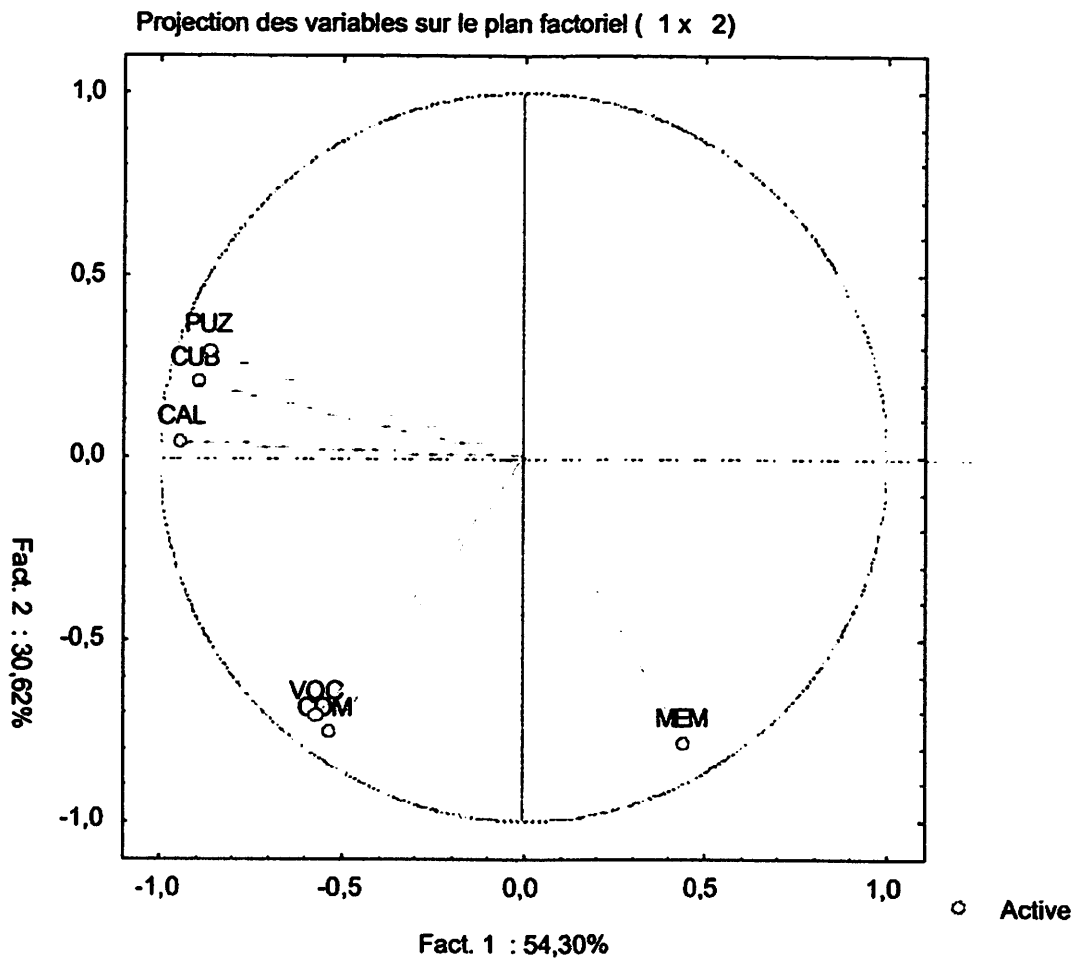
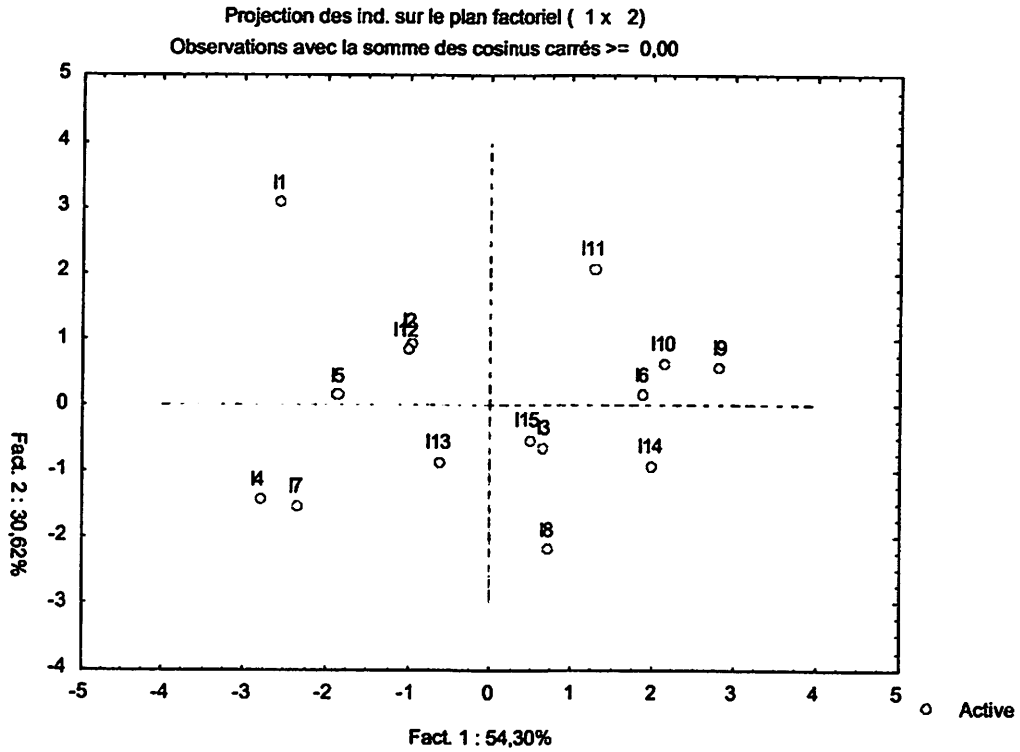
	Score Fact. 1	Score Fact. 2	Contribution Fact.1	Contribution Fact.2	Cos <sup>2</sup> Fact.1	Cos <sup>2</sup> Fact. 1&2
I1	-2,5616	3,0568	13,43	33,91	0,4078	0,5807
I2	-0,9661	0,9370	1,91	3,19	0,3907	0,3676
I3	0,6765	-0,6624	0,94	1,59	0,4446	0,4263
I4	-2,7969	-1,4636	16,01	7,77	0,7160	0,1961
I5	-1,8423	0,1211	6,95	0,05	0,8142	0,0035
I6	1,8891	0,1350	7,30	0,07	0,8426	0,0043
I7	-2,3396	-1,5487	11,20	8,70	0,6028	0,2641
I8	0,7275	-2,2054	1,08	17,65	0,0816	0,7499
I9	2,8400	0,5423	16,50	1,07	0,8745	0,0319
I10	2,1733	0,6117	9,66	1,36	0,7433	0,0589
I11	1,2940	2,0373	3,43	15,06	0,2256	0,5592
I12	-0,9947	0,8181	2,02	2,43	0,3120	0,2110
I13	-0,6099	-0,8730	0,76	2,77	0,1949	0,3994
I14	2,0150	-0,9470	8,31	3,25	0,7548	0,1667
I15	0,4957	-0,5591	0,50	1,13	0,1151	0,1464

**Tableau 4 : Saturations, contributions et qualités de représentation des variables**

	Saturation Fact. 1	Saturation Fact. 2	Contribution Fact.1	Contribution Fact.2	Cos <sup>2</sup> Fact.1	Cos <sup>2</sup> Fact.2
CUB	-0,8970	0,2018	0,25	0,02	0,8046	0,8453
PUZ	-0,8652	0,2883	0,23	0,05	0,7485	0,8316
CAL	-0,9458	0,0390	0,27	0,00	0,8945	0,8960
MEM	0,4449	-0,7861	0,06	0,34	0,1980	0,8160
COM	-0,5382	-0,7627	0,09	0,32	0,2897	0,8714
VOC	-0,5683	-0,7156	0,10	0,28	0,3229	0,8350

# ANNEXE 1

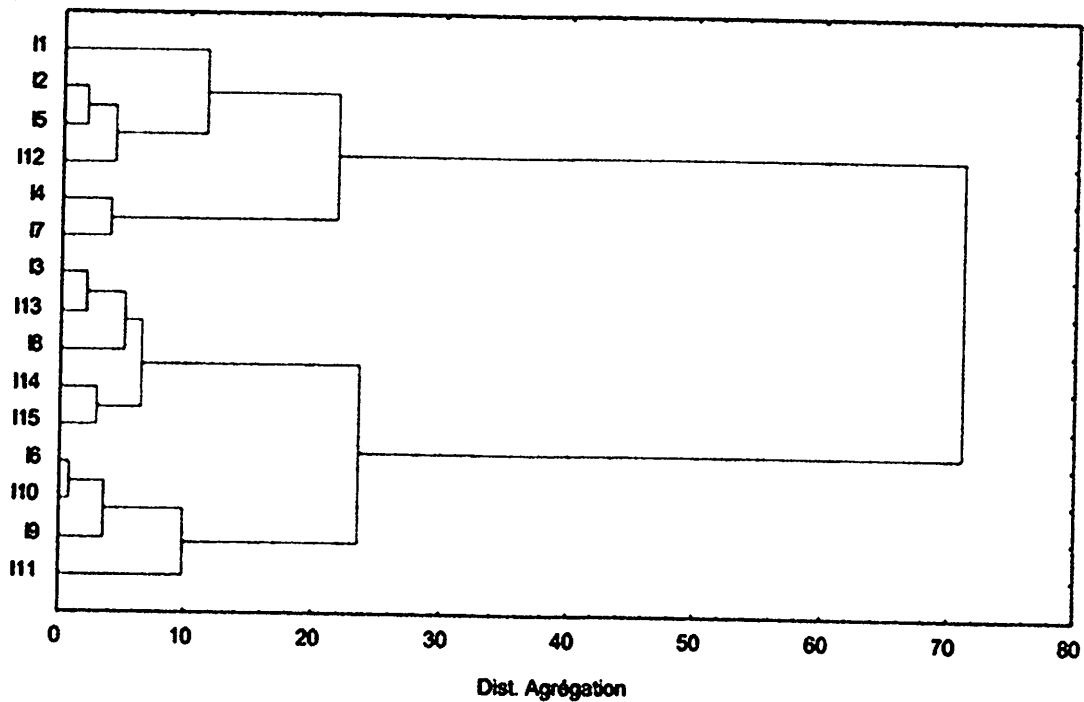
## Graphique A : Représentation des individus dans le premier plan factoriel



ANNEXE 1

Graphique B

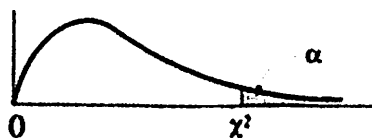
Dendrogramme de 15 Obs.  
Méth. de Ward  
Carré distances Eucidiennes





ANNEXE 2

Table  $\chi^2$  : points de pourcentage supérieurs de la distribution  $\chi^2$



dl	.995	.990	.975	.950	.900	.750	.500	.250	.100	.050	.025	.010	.005
1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.10	0.45	1.32	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88
2	0.01	0.02	0.05	0.10	0.21	0.58	1.39	2.77	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60
3	0.07	0.11	0.22	0.35	0.58	1.21	2.37	4.11	6.25	7.82	9.35	11.35	12.84
4	0.21	0.30	0.48	0.71	1.06	1.92	3.36	5.39	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86
5	0.41	0.55	0.83	1.15	1.61	2.67	4.35	6.63	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75
6	0.68	0.87	1.24	1.64	2.20	3.45	5.35	7.84	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55
7	0.99	1.24	1.69	2.17	2.83	4.25	6.35	9.04	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	5.07	7.34	10.22	13.36	15.51	17.54	20.09	21.96
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	5.90	8.34	11.39	14.68	16.92	19.02	21.66	23.59
10	2.15	2.56	3.25	3.94	4.87	6.74	9.34	12.55	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	7.58	10.34	13.70	17.28	19.68	21.92	24.72	26.75
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	8.44	11.34	14.85	18.55	21.03	23.34	26.21	28.30
13	3.56	4.11	5.01	5.89	7.04	9.30	12.34	15.98	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	10.17	13.34	17.12	21.06	23.69	26.12	29.14	31.31
15	4.60	5.23	6.26	7.26	8.55	11.04	14.34	18.25	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	11.91	15.34	19.37	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27
17	5.70	6.41	7.56	8.67	10.09	12.79	16.34	20.49	24.77	27.59	30.19	33.41	35.72
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.86	13.68	17.34	21.60	25.99	28.87	31.53	34.81	37.15
19	6.84	7.63	8.91	10.12	11.65	14.56	18.34	22.72	27.20	30.14	32.85	36.19	38.58
20	7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	15.45	19.34	23.83	28.41	31.41	34.17	37.56	40.00
21	8.03	8.90	10.28	11.59	13.24	16.34	20.34	24.93	29.62	32.67	35.48	38.93	41.40
22	8.64	9.54	10.98	12.34	14.04	17.24	21.34	26.04	30.81	33.93	36.78	40.29	42.80
23	9.26	10.19	11.69	13.09	14.85	18.14	22.34	27.14	32.01	35.17	38.08	41.64	44.18
24	9.88	10.86	12.40	13.85	15.66	19.04	23.34	28.24	33.20	36.42	39.37	42.98	45.56
25	10.52	11.52	13.12	14.61	16.47	19.94	24.34	29.34	34.38	37.65	40.65	44.32	46.93
26	11.16	12.20	13.84	15.38	17.29	20.84	25.34	30.43	35.56	38.89	41.92	45.64	48.29
27	11.80	12.88	14.57	16.15	18.11	21.75	26.34	31.53	36.74	40.11	43.20	46.96	49.64
28	12.46	13.56	15.31	16.93	18.94	22.66	27.34	32.62	37.92	41.34	44.46	48.28	50.99
29	13.12	14.26	16.05	17.71	19.77	23.57	28.34	33.71	39.09	42.56	45.72	49.59	52.34
30	13.78	14.95	16.79	18.49	20.60	24.48	29.34	34.80	40.26	43.77	46.98	50.89	53.67
40	20.67	22.14	24.42	26.51	29.06	33.67	39.34	45.61	51.80	55.75	59.34	63.71	66.80
50	27.96	29.68	32.35	34.76	37.69	42.95	49.34	56.33	63.16	67.50	71.42	76.17	79.52
60	35.50	37.46	40.47	43.19	46.46	52.30	59.34	66.98	74.39	79.08	83.30	88.40	91.98
70	43.25	45.42	48.75	51.74	55.33	61.70	69.34	77.57	85.52	90.53	95.03	100.44	104.24
80	51.14	53.52	57.15	60.39	64.28	71.15	79.34	88.13	96.57	101.88	106.63	112.34	116.35
90	59.17	61.74	65.64	69.13	73.29	80.63	89.33	98.65	107.56	113.14	118.14	124.13	128.32
100	67.30	70.05	74.22	77.93	82.36	90.14	99.33	109.14	118.49	124.34	129.56	135.82	140.19

## ANNEXE 2

# TABLE TEST Z

α	0,05	0,01	0,001
Z	1,96	2,58	3,29

# DISTRIBUTION DU KHI2

La table donne les valeurs critiques de  $\chi^2$  pour un nombre de degrés de liberté (ddl) et pour un seuil repère donnés ( $\alpha$ ).

**Par exemple:**

Pour ddl = 3 et  $\alpha = 0,05$  la table indique  $\chi^2 = 7,81$

Ceci signifie que:  $P(\chi^2_{[3]} > 7,81) = 0,05$

ddl	α	0,05	0,01	0,001
1		3,84	6,63	10,83
2		5,99	9,21	13,82
3		7,81	11,34	16,27
4		9,49	13,28	18,47
5		11,07	15,09	20,52
6		12,59	16,81	22,46
7		14,07	18,48	24,32
8		15,51	20,09	26,12
9		16,92	21,67	27,88
10		18,31	23,21	29,59
11		19,68	24,72	31,26
12		21,03	26,22	32,91
13		22,36	27,69	34,53
14		23,68	29,14	36,12
15		25,00	30,58	37,70
16		26,30	32,00	39,25
17		27,59	33,41	40,79
18		28,87	34,81	42,31
19		30,14	36,19	43,82
20		31,41	37,57	45,31
21		32,67	38,93	46,80
22		33,92	40,29	48,27
23		35,17	41,64	49,73
24		36,42	42,98	51,18
25		37,65	44,31	52,62
26		38,89	45,64	54,05
27		40,11	46,96	55,48
28		41,34	48,28	56,89
29		42,56	49,59	58,30
30		43,77	50,89	59,70



MINISTÈRE  
DE L'ÉDUCATION, DU TRAVAIL  
ET DE LA MODERNISATION  
DE L'ADMINISTRATION,  
*en charge du numérique*

DIRECTION GÉNÉRALE  
DES RESSOURCES HUMAINES

CONCOURS EXTERNE POUR LE RECRUTEMENT  
D'ATTACHÉS D'ADMINISTRATION  
DE LA FONCTION PUBLIQUE  
DE LA POLYNÉSIE FRANÇAISE

*Domaine : « Statistiques »*

**Deuxième épreuve d'admissibilité, seconde partie :**

Composition de mathématiques et statistiques

**Jeudi 6 janvier 2022**  
**(Durée : 4 heures, coefficient 2)**

*Calculatrice scientifique non programmable (type collègue) autorisée*

Le sujet comporte 9 pages (page de garde incluse)

Aucun autre document n'est autorisé

**Important :**

- Tout document personnel ou appareil électronique non autorisé est interdit ;
- Votre identité ne doit figurer que dans la partie supérieure de la copie d'examen. Toute mention d'identité, signature, initiale, paraphe sur toute autre partie de votre copie entraînera son annulation ;
- Pour rédiger, seul l'usage d'un stylo noir ou bleu (à bille non effaçable, feutre, plume) est autorisé. L'utilisation d'une autre couleur pour écrire ou souligner, sera considérée comme un signe distinctif, de même que l'utilisation d'un surligneur, entraînant l'annulation de votre copie ;
- Les feuilles de brouillon ne sont pas prises en compte ;
- Tout candidat doit remettre une copie, même blanche. Dans cette hypothèse, il signe sa copie en indiquant « *copie blanche* »
- Si vous composez sur plusieurs pages, bien vouloir mentionner l'ordre de lecture de celles-ci. Par exemple : 1 / 4, 2 / 4, 3 / 4 et 4 / 4, etc.

## **EXERCICE 1**

Une entreprise veut choisir un nom pour un parfum pour homme, qui doit paraître de qualité supérieure, prestigieuse, luxueuse, pour un public connaisseur, raffiné, de niveau socio-économique élevé.

L'entreprise hésite entre 12 options (cf. 1ère ligne du tableau ci-dessous).

Pour faire un choix entre ces marques, un échantillon de clients potentiels a été interrogé.

Onze attributs leur étaient proposés (cf. 1ère ligne du tableau ci-dessous).

Pour chaque attribut, la personne interrogée devait désigner une ou plusieurs marques auxquelles l'attribut se rapportait le mieux.

Les résultats obtenus sont les suivants :

	Orly	Alezan	Corsaire	Directoire	Ducat	Fontenoy	Icare	Zodiaque	Pavois	Cocker	Escale	Hotesse	Total
Vieillot	1	2	14	38	18	10	9	5	9	4	0	1	111
Nouvea- riche	20	9	1	11	10	9	1	1	20	9	7	12	110
Sobre- élégant	9	23	1	15	7	11	6	2	7	12	3	17	113
Cocasse	1	3	15	15	6	5	12	18	4	25	2	2	108
Racé	4	33	7	8	3	6	6	4	5	15	5	3	99
Mièvre	3	9	1	7	7	5	12	9	6	9	6	13	87
Distingué	11	9	1	17	4	21	6	1	5	4	5	27	111
Vulgaire	4	4	32	2	6	0	9	7	3	10	10	7	94
Pour un homme	9	12	23	4	7	13	5	5	10	5	13	0	106
Pour une femme	9	3	9	8	4	2	6	8	1	6	23	33	112
Pour une petite nature	7	5	2	7	11	2	6	11	9	24	10	0	94
Total	78	112	106	132	83	84	78	71	79	123	84	115	1145

Ces résultats sont étudiés par une analyse factorielle des correspondances dont les issues sont reportées en ANNEXE 1 (cf. page 6 à 8).

1) Expliquer l'utilité de cette méthode dans cette étude.

2)

a) Dans le tableau des fréquences lignes, on lit 20,35% à l'intersection de la ligne "sobre-élégant" et de la colonne "alezan".

Expliquer comment est obtenue cette valeur.

Donner sa signification.

b) Comparer qualitativement le profil de la marque "Corsaire" au profil moyen.

3)

a) La première valeur indiquée dans le tableau des taux de liaison est -0,868.

Indiquer le calcul qui a permis d'obtenir cette valeur.

b) Au vu du tableau des taux de liaison, indiquer une modalité ligne et une modalité colonne qui "s'attirent".

Indiquer une modalité ligne et une modalité colonne qui "se repoussent"

c) Indiquer le taux de liaison maximum du tableau.

Exprimer d'une autre façon le résultat correspondant à ce taux de liaison.

4) Le coefficient Phi-2 de ce tableau vaut 0,60855. Relier ce résultat aux valeurs propres d'une part, au khi-2 du tableau d'autre part.

5) Au vu du tableau des valeurs propres, indiquer le nombre de variables factorielles à étudier dans le cadre d'une étude des données observées.

6)

- a) En utilisant le tableau des résultats relatifs aux lignes, calculer la distance du point représentant la modalité "Nouveau-riche" à l'origine du repère, dans l'espace de dimension 3 défini par les 3 premiers axes factoriels.
- b) Rappeler la définition de la notion de qualité de représentation d'un point.
- c) En utilisant la qualité de représentation indiquée dans le tableau, calculer la distance du point représentant la modalité "Nouveau-riche" à l'origine du repère dans l'espace de dimension 10 défini par l'ensemble des axes factoriels.
- d) Mêmes questions pour le point représentant la modalité "Sobre-élégant".
- e) Dans la représentation en 3 dimensions, "Nouveau-riche" est plus près du profil moyen que "Sobre-élégant". Comparer et commenter les avec leur position dans la réalité, c'est-à-dire dans l'espace de dimension 10.

7) Etude de la première variable factorielle.

- a) On considère le nuage des attributs. Indiquer les individus dont la contribution est supérieure à la moyenne. Pour chacun d'eux, préciser le signe de la coordonnée correspondante. Interpréter cet axe en termes d'opposition entre attributs.
- b) Même question pour le nuage des noms envisagés.

8) Mener une étude analogue pour la deuxième variable.

9) Faire une synthèse des deux études précédentes en décrivant les résultats obtenus dans le premier plan factoriel.

10) Indiquer le nom du parfum plus adéquat au cahier des charges à l'issue de cette étude.

## **EXERCICE 2**

On mesure et on compare la fréquence de la gale chez des personnes sans domicile fixe hébergées dans deux centres A et B de la zone urbaine de Tahiti.

Les résultats figurent dans le tableau suivant :

	Centre A			Centre B		
	Effectif $N_A$	Gale $n_A$		Effectif $N_B$	Gale $n_B$	
Hommes	398	10	2.51%	316	8	2.53%
Femmes	269	33	12.3%	25	3	12.0%

- 1) Commenter les données de ce tableau.
- 2) Calculer et interpréter les fréquences brutes de gale dans chaque centre.
- 3) Expliquer la raison de la différence observée entre les deux fréquences brutes.
- 4) Calculer la fréquence standardisée sur le sexe en prenant comme population de référence la somme des deux populations des deux centres.
- 5) Conclure.

## **EXERCICE 3**

Beaucoup d'angines sont dues à des virus (V) et seules les angines dues à des bactéries (B) nécessitent un traitement antibiotique. La proportion d'angines B est de 33% chez les enfants polynésiens présentant une angine. Un test de dépistage rapide d'angine B a une sensibilité de 89% et une spécificité de 96%.

- 1) Parmi les enfants ayant un test positif, donner la proportion de ceux réellement atteints d'angine B.

- 2) Parmi les enfants ayant un test négatif, donner la proportion de ceux qui ne sont pas atteints d'angine de type B.
- 3) Conclure sur l'utilité de ce test.

#### **EXERCICE 4**

Une étude a été réalisée auprès de 150 personnes atteintes de leucémie. Celles-ci ont été comparées à 300 personnes, non atteintes de leucémie, et provenant de la même population que les précédentes. L'ensemble des sujets a été interrogé pour déterminer leur exposition antérieure à des radiations. Parmi la liste suivante, déterminer en justifiant les propositions exactes et celles inexactes :

Cette étude est un exemple :

- 1) d'enquête cas-témoin ;
- 2) d'enquête de cohorte ;
- 3) d'enquête transversale ;
- 4) d'essai randomisé ;
- 5) d'étude expérimentale.

#### **EXERCICE 5**

Le tableau de contingence suivant est entre le salaire mensuel  $X$  et l'ancienneté  $Y$  des ouvriers d'une entreprise BTP de Tahiti.

$X(\times 1000) \setminus Y$	[0, 8[	[8, 16[	[16, 24[	[24, 32[	Loi marginale
[20, 30[	5	6	1	0	
[30, 40[	2	4	3	3	
[40, 50[	0	2	4	10	
Loi marginale					

- 1) Etudier les séries marginales.
- 2) Déterminer si les variables  $X$  et  $Y$  sont indépendantes.
- 3) Etudier les séries conditionnelles  $X/y_3$  et  $Y/x_2$  et présenter les résultats pour chaque groupe de séries conditionnelles.

#### **EXERCICE 6**

Une compagnie de transport désire optimiser les contrôles afin de limiter l'impact des fraudes. Cette compagnie effectue une étude basée sur 2 trajets par jour pendant les 20 jours ouvrables d'un mois, soit au total 40 trajets. On admet que les contrôles sont indépendants les uns des autres et que la probabilité pour tout voyageur d'être contrôlé est égale à  $p$ .

Un trajet coûte 100 F CFP ; en cas de fraude, l'amende est de 1000 F CFP. Teva fraude systématiquement lors des 40 trajets étudiés. On note  $X$  la variable aléatoire qui compte le nombre de trajets où Teva a été contrôlé.

- 1) On suppose que  $p = 0,05$ .
  - a) Calculer à  $10^{-4}$  près la probabilité que Teva soit contrôlé au plus 2 fois.
  - b) Soit  $Z$  la variable aléatoire donnant le gain algébrique réalisé par Teva. Calculer l'espérance  $E(Z)$ .
- 2) On ne connaît plus la valeur de  $p$ . Indiquer en justifiant pour quelles valeurs de  $p$ , la fraude systématique est-elle favorable à Teva.

### **EXERCICE 7**

Indiquer en justifiant si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.

1) Si, après avoir déterminé un intervalle de fluctuation d'une fréquence associée à une variable aléatoire  $X$  suivant une loi binomiale  $\mathcal{B}(n; p)$  au seuil de 95%, on rejette l'hypothèse au risque de 5%, alors on la rejette nécessairement au seuil de 1%.

2) Tevahine affirme que sa pièce de collection de 100 F CFP est parfaitement équilibrée. Moana en doute et la lance 40 fois pour voir. Il obtient 26 Pile exactement et il en conclut que la pièce n'est pas équilibrée.

- a) Si on suppose que la pièce est bien équilibrée, un intervalle de fluctuation au seuil de 90% de la fréquence de Pile sur 40 lancers est  $I \approx [0,375; 0,625]$ .
- b) Comme la fréquence  $f = 0,65$  obtenue par Moana n'appartient pas à  $A$ , il a raison de rejeter l'hypothèse de « pièce équilibrée ».

### **EXERCICE 8**

Les adultes dorment en moyenne 7h30 par 24h et sont répartis selon une loi normale. On indique que 2,5% des adultes dorment moins de 4.

Calculer la proportion d'adultes qui dorment plus de 11 heures.

## ANNEXE 1

### Tableau de fréquences

	Orly	Alezan	Corsaire	Directoire	Ducat	Fontenoy	Icare	Zodiaque	Pavois	Cocker	Escale	Hotesse	Total
Vieillot	0,09%	0,17%	1,22%	3,32%	1,57%	0,87%	0,79%	0,44%	0,79%	0,35%	0,00%	0,09%	9,69%
Nouveau-riche	1,75%	0,79%	0,09%	0,96%	0,87%	0,79%	0,09%	0,09%	1,75%	0,79%	0,61%	1,05%	9,61%
Sobre-élégant	0,79%	2,01%	0,09%	1,31%	0,61%	0,96%	0,52%	0,17%	0,61%	1,05%	0,26%	1,48%	9,87%
Cocassé	0,09%	0,26%	1,31%	1,31%	0,52%	0,44%	1,05%	1,57%	0,35%	2,18%	0,17%	0,17%	9,43%
Racé	0,35%	2,88%	0,61%	0,70%	0,26%	0,52%	0,52%	0,35%	0,44%	1,31%	0,44%	0,26%	8,65%
Mièvre	0,26%	0,79%	0,09%	0,61%	0,61%	0,44%	1,05%	0,79%	0,52%	0,79%	0,52%	1,14%	7,60%
Distingué	0,96%	0,79%	0,09%	1,48%	0,35%	1,83%	0,52%	0,09%	0,44%	0,35%	0,44%	2,36%	9,69%
Vulgaire	0,35%	0,35%	2,79%	0,17%	0,52%	0,00%	0,79%	0,61%	0,26%	0,87%	0,87%	0,61%	8,21%
Pour un homme	0,79%	1,05%	2,01%	0,35%	0,61%	1,14%	0,44%	0,44%	0,87%	0,44%	1,14%	0,00%	9,26%
Pour une femme	0,79%	0,26%	0,79%	0,70%	0,35%	0,17%	0,52%	0,70%	0,09%	0,52%	2,01%	2,88%	9,78%
Pour une petite nature	0,61%	0,44%	0,17%	0,61%	0,96%	0,17%	0,52%	0,96%	0,79%	2,10%	0,87%	0,00%	8,21%
Total	6,81%	9,78%	9,26%	11,53%	7,25%	7,34%	6,81%	6,20%	6,90%	10,74%	7,34%	10,04%	100%

### Tableau des fréquences lignes

	Orly	Alezan	Corsaire	Directoire	Ducat	Fontenoy	Icare	Zodiaque	Pavois	Cocker	Escale	Hotesse	Total
Vieillot	0,90%	1,80%	12,61%	34,23%	16,22%	9,01%	8,11%	4,50%	8,11%	3,60%	0,00%	0,90%	100%
Nouveau-riche	18,18%	8,18%	0,91%	10,00%	9,09%	8,18%	0,91%	0,91%	18,18%	8,18%	6,36%	10,91%	100%
Sobre-élégant	7,96%	20,35%	0,88%	13,27%	6,19%	9,73%	5,31%	1,77%	6,19%	10,62%	2,65%	15,04%	100%
Cocassé	0,93%	2,78%	13,89%	13,89%	5,56%	4,63%	11,11%	16,67%	3,70%	23,15%	1,85%	1,85%	100%
Racé	4,04%	33,33%	7,07%	8,08%	3,03%	6,06%	6,06%	4,04%	5,05%	15,15%	5,05%	3,03%	100%
Mièvre	3,45%	10,34%	1,15%	8,05%	8,05%	5,75%	13,79%	10,34%	6,90%	10,34%	6,90%	14,94%	100%
Distingué	9,91%	8,11%	0,90%	15,32%	3,60%	18,92%	5,41%	0,90%	4,50%	3,60%	4,50%	24,32%	100%
Vulgaire	4,26%	4,26%	34,04%	2,13%	6,38%	0,00%	9,57%	7,45%	3,19%	10,64%	10,64%	7,45%	100%
Pour un homme	8,49%	11,32%	21,70%	3,77%	6,60%	12,26%	4,72%	4,72%	9,43%	4,72%	12,26%	0,00%	100%
Pour une femme	8,04%	2,68%	8,04%	7,14%	3,57%	1,79%	5,36%	7,14%	0,89%	5,36%	20,54%	29,46%	100%
Pour une petite nature	7,45%	5,32%	2,13%	7,45%	11,70%	2,13%	6,38%	11,70%	9,57%	25,53%	10,64%	0,00%	100%
Total	6,81%	9,78%	9,26%	11,53%	7,25%	7,34%	6,81%	6,20%	6,90%	10,74%	7,34%	10,04%	100%

### Tableau des fréquences colonnes

	Orly	Alezan	Corsaire	Directoire	Ducat	Fontenoy	Icare	Zodiaque	Pavois	Cocker	Escale	Hotesse	Total
Vieillot	1,28%	1,79%	13,21%	28,79%	21,69%	11,90%	11,54%	7,04%	11,39%	3,25%	0,00%	0,87%	9,69%
Nouveau-riche	25,64%	8,04%	0,94%	8,33%	12,05%	10,71%	1,28%	1,41%	25,32%	7,32%	8,33%	10,43%	9,61%
Sobre-élégant	11,54%	20,54%	0,94%	11,36%	8,43%	13,10%	7,69%	2,82%	8,86%	9,76%	3,57%	14,78%	9,87%
Cocassé	1,28%	2,68%	14,15%	11,36%	7,23%	5,95%	15,38%	25,35%	5,06%	20,33%	2,38%	1,74%	9,43%
Racé	5,13%	29,46%	6,60%	6,06%	3,61%	7,14%	7,69%	5,63%	6,33%	12,20%	5,95%	2,61%	8,65%
Mièvre	3,85%	8,04%	0,94%	5,30%	8,43%	5,95%	15,38%	12,68%	7,59%	7,32%	7,14%	11,30%	7,60%
Distingué	14,10%	8,04%	0,94%	12,88%	4,82%	25,00%	7,69%	1,41%	6,33%	3,25%	5,95%	23,48%	9,69%
Vulgaire	5,13%	3,57%	30,19%	1,52%	7,23%	0,00%	11,54%	9,86%	3,80%	8,13%	11,90%	6,09%	8,21%
Pour un homme	11,54%	10,71%	21,70%	3,03%	8,43%	15,48%	6,41%	7,04%	12,66%	4,07%	15,48%	0,00%	9,26%
Pour une femme	11,54%	2,68%	8,49%	6,06%	4,82%	2,38%	7,69%	11,27%	1,27%	4,88%	27,38%	28,70%	9,78%
Pour une petite nature	8,97%	4,46%	1,89%	5,30%	13,25%	2,38%	7,69%	15,49%	11,39%	19,51%	11,90%	0,00%	8,21%
Total	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%

### Tableau des liaisons

	Orly	Alezan	Corsaire	Directoire	Ducat	Fontenoy	Icare	Zodiaque	Pavois	Cocker	Escale	Hotesse
Vieillot	-0,868	-0,816	0,362	1,970	1,237	0,228	0,190	-0,274	0,175	-0,665	-1,000	-0,910
Nouveau-riche	1,669	-0,164	-0,902	-0,133	0,254	0,115	-0,867	-0,853	1,635	-0,238	-0,133	0,086
Sobre-élégant	0,169	1,081	-0,904	0,151	-0,145	0,327	-0,221	-0,715	-0,102	-0,011	-0,638	0,498
Cocassé	-0,864	-0,716	0,500	0,205	-0,234	-0,369	0,631	1,688	-0,463	1,155	-0,748	-0,816
Racé	-0,407	2,408	-0,236	-0,299	-0,582	-0,174	-0,110	-0,348	-0,268	0,410	-0,312	-0,698
Mièvre	-0,494	0,058	-0,876	-0,302	0,110	-0,217	1,025	0,668	0,000	-0,037	-0,060	0,488
Distingué	0,455	-0,171	-0,903	0,328	-0,503	1,579	-0,207	-0,855	-0,347	-0,665	-0,386	1,422
Vulgaire	-0,375	-0,565	2,677	-0,815	-0,119	-1,000	0,405	0,201	-0,537	-0,010	0,450	-0,259
Pour un homme	0,246	0,157	1,344	-0,673	-0,089	0,672	-0,308	-0,239	0,367	-0,561	0,672	-1,000
Pour une femme	0,180	-0,726	-0,132	-0,380	-0,507	-0,757	-0,214	0,152	-0,871	-0,501	1,799	1,934
Pour une petite nature	0,093	-0,456	-0,770	-0,354	0,614	-0,710	-0,063	0,887	0,388	1,377	0,450	-1,000



## Tableau des valeurs propres

Nombre de Dims.	Valeurs Propres et Inertie de toutes les Dimensions				
	Inertie Totale = ,60855 Chi <sup>2</sup> = 696,79 dl = 110 p = 0,0000				
	ValSing.	ValProp.	%age Inertie	%age Cumulé	Chi <sup>2</sup>
1	0,4267	0,1821	29,9210	29,9210	208,4852
2	0,3646	0,1330	21,8484	51,7694	152,2368
3	0,3230	0,1043	17,1421	68,9115	119,4437
4	0,2849	0,0812	13,3400	82,2515	92,9514
5	0,2532	0,0641	10,5317	92,7832	73,3831
6	0,1456	0,0212	3,4817	96,2649	24,2602
7	0,1053	0,0111	1,8232	98,0881	12,7041
8	0,0943	0,0089	1,4610	99,5491	10,1800
9	0,0514	0,0026	0,4338	99,9829	3,0223
10	0,0102	0,0001	0,0171	100,0000	0,1192

## Tableau des résultats relatifs au lignes

Nom Ligne	Coordonnées Ligne et Contributions à l'Inertie												
	Standardisation : Profils ligne et colonne												
	N°	Coord. Dim.1	Coord. Dim.2	Coord. Dim.3	Masse	Qualité	Inertie Relative	Inertie Dim.1	Cos <sup>2</sup> Dim.1	Inertie Dim.2	Cos <sup>2</sup> Dim.2	Inertie Dim.3	Cos <sup>2</sup> Dim.3
Vieillot	1	0,266	-0,572	0,662	0,097	0,926	0,144	0,038	0,078	0,238	0,362	0,408	0,486
Nouveau-riche	2	-0,436	-0,157	-0,007	0,096	0,380	0,089	0,100	0,337	0,018	0,043	0,000	0,000
Sobre-élégant	3	-0,409	-0,216	-0,194	0,099	0,853	0,048	0,090	0,567	0,035	0,159	0,035	0,127
Cocasse	4	0,614	-0,118	0,025	0,094	0,640	0,095	0,196	0,616	0,010	0,023	0,001	0,001
Racé	5	-0,031	-0,270	-0,704	0,086	0,805	0,101	0,000	0,001	0,047	0,103	0,411	0,701
Mièvre	6	-0,091	0,033	-0,044	0,076	0,050	0,028	0,003	0,036	0,001	0,005	0,001	0,009
Distingué	7	-0,667	0,014	0,262	0,097	0,824	0,099	0,237	0,714	0,000	0,000	0,064	0,110
Vulgaire	8	0,686	0,544	0,026	0,082	0,843	0,123	0,212	0,517	0,183	0,325	0,001	0,001
Pour un homme	9	0,249	0,131	-0,108	0,093	0,203	0,068	0,031	0,139	0,012	0,038	0,010	0,026
Pour une femme	10	-0,313	0,779	0,183	0,098	0,891	0,133	0,053	0,118	0,447	0,732	0,031	0,040
Pour une petite nature	11	0,292	-0,129	-0,218	0,082	0,281	0,072	0,039	0,160	0,010	0,031	0,037	0,089

## Tableau des résultats relatifs au colonnes

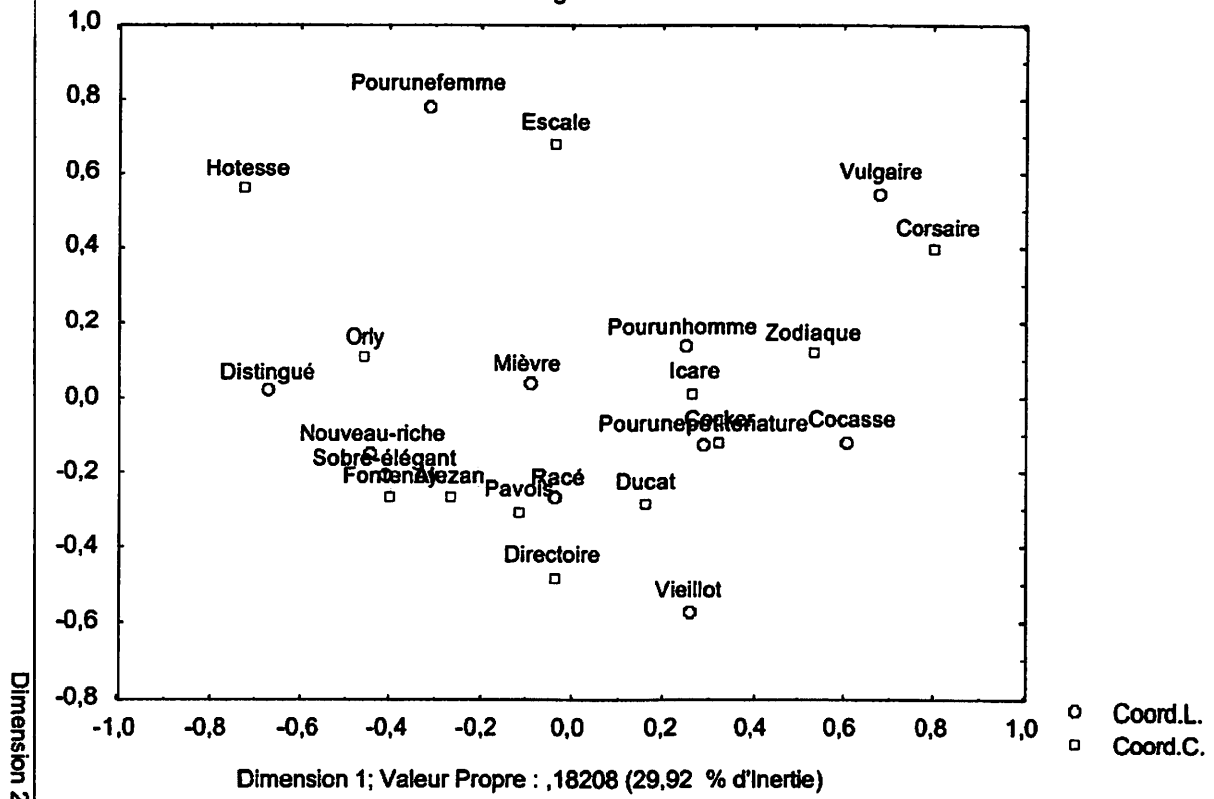
Nom Col.	Coordonnées Colonne et Contributions à l'Inertie												
	Standardisation : Profils ligne et colonne												
	N°	Coord. Dim.1	Coord. Dim.2	Coord. Dim.3	Masse	Qualité	Inertie Relative	Inertie Dim.1	Cos <sup>2</sup> Dim.1	Inertie Dim.2	Cos <sup>2</sup> Dim.2	Inertie Dim.3	Cos <sup>2</sup> Dim.3
Orly	1	-0,452	0,101	-0,080	0,068	0,453	0,055	0,076	0,419	0,005	0,021	0,004	0,013
Alezan	2	-0,262	-0,267	-0,723	0,098	0,796	0,134	0,037	0,083	0,053	0,086	0,490	0,627
Corsaire	3	0,808	0,393	0,125	0,093	0,720	0,174	0,332	0,572	0,107	0,135	0,014	0,014
Directoire	4	-0,034	-0,482	0,484	0,115	0,883	0,100	0,001	0,002	0,202	0,439	0,259	0,442
Ducat	5	0,160	-0,288	0,261	0,072	0,645	0,033	0,010	0,094	0,045	0,302	0,047	0,248
Fontenoy	6	-0,395	-0,270	0,152	0,073	0,505	0,060	0,063	0,312	0,040	0,146	0,016	0,046
Icare	7	0,267	0,010	0,055	0,068	0,324	0,026	0,027	0,310	0,000	0,000	0,002	0,013
Zodiaque	8	0,537	0,114	-0,038	0,062	0,517	0,060	0,098	0,492	0,006	0,022	0,001	0,003
Pavois	9	-0,116	-0,305	-0,027	0,069	0,254	0,048	0,005	0,032	0,048	0,220	0,000	0,002
Cocker	10	0,322	-0,117	-0,339	0,107	0,526	0,078	0,061	0,235	0,011	0,031	0,118	0,260
Escalé	11	-0,035	0,676	-0,080	0,073	0,767	0,073	0,001	0,002	0,252	0,754	0,005	0,011
Hotesse	12	-0,724	0,552	0,214	0,100	0,901	0,160	0,289	0,540	0,230	0,314	0,044	0,047

# Graphique A : Représentation dans le premier plan factoriel

Tracé 2D des Coordonnées Ligne & Colonne ; Dimension : 1 x 2

Table d'Entrée (Lignes x Colonnes) : 11 x 12

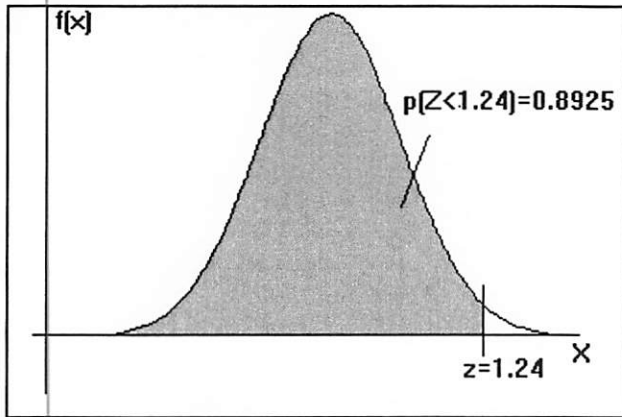
Standardisation : Profils ligne et colonne



ANNEXE 2

**TABLE DE LA LOI NORMALE CENTREE REDUITE**

Lecture de la table: Pour  $z=1.24$  (intersection de la ligne 1.2 et de la colonne 0.04), on a la proportion  $P(Z < 1,24) = 0.8925$



**$P(Z > 1,96) = 0,025$   
 $P(Z > 2,58) = 0,005$   
 $P(Z > 3,29) = 0,0005$**

Rappels:

$1/ P(Z > z) = 1 - P(Z < z)$  et  $2/ P(Z < -z) = P(Z > z)$

Exemple: Sachant  $P(Z < 1,24) = 0,8925$ , on en déduit:

$1/ P(Z > 1,24) = 1 - P(Z < 1,24) = 1 - 0,8925 = 0,1075$

$2/ P(Z < -1,24) = P(Z > 1,24) = 0,1075$

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896	0,99900
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976
3,5	0,99977	0,99978	0,99978	0,99979	0,99980	0,99981	0,99981	0,99982	0,99983	0,99983
3,6	0,99984	0,99985	0,99985	0,99986	0,99986	0,99987	0,99987	0,99988	0,99988	0,99989
3,7	0,99989	0,99990	0,99990	0,99990	0,99991	0,99991	0,99992	0,99992	0,99992	0,99992
3,8	0,99993	0,99993	0,99993	0,99994	0,99994	0,99994	0,99994	0,99995	0,99995	0,99995
3,9	0,99995	0,99995	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99997	0,99997
4,0	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99998	0,99998	0,99998	0,99998